Quesito 3

Sapendo che:

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{ax+2b}-6}{x}=1$$

Determinare i valori di a e b.

Svolgimento

Ci sono due possibilità:

- Se il numeratore è diverso da zero il limite è $+\infty\ o -\infty$;
- Se il numeratore è zero si presenta una forma indeterminata $\frac{0}{0}$.

Dobbiamo considerare la seconda possibilità quindi determiniamo per quali valori dei parametri si verifica:

$$\lim_{x\to 0}\left(\sqrt{ax+2b}-6\right)=0$$

Poniamo, cioè:

$$\sqrt{2b}-6=0$$

$$\sqrt{2b}=6$$

Eleviamo ambo i membri al quadrato:

$$2b=36 \quad \to \quad b=18$$

Sostituendo questo valore nel limite dato troviamo:

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{ax+36}-6}{x}=\frac{\sqrt{36}-6}{0}=\frac{6-6}{0}=\frac{0}{0}$$

È una forma indeterminata. Per risolverla applichiamo il teorema di de l'Hopital (deriviamo numeratore e denominatore):

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{ax+36}-6}{x}=\lim_{x\to 0}\frac{\frac{a}{2\sqrt{ax+36}}}{1}=\lim_{x\to 0}\frac{a}{2\sqrt{ax+36}}=\frac{a}{2\sqrt{36}}=\frac{a}{12}$$

Deve essere:

$$\frac{a}{12}=1 \quad \to \quad a=12$$

Il limite dato vale 1se $a=12\ e\ b=18$.

Questo file può essere scaricato gratuitamente. Se pubblicato citare la fonte.

Matilde Consales