

Quesito 2

Si dispone di due dadi uguali non bilanciati a forma di tetraedro regolare con le facce numerate da 1 a 4. Lanciando ciascuno dei due dadi, la probabilità che esca 1 è il doppio della probabilità che esca 2, che a sua volta è il doppio della probabilità che esca 3, che a sua volta è il doppio della probabilità che esca 4. Se si lanciano i due dadi contemporaneamente, qual è la probabilità che escano due numeri uguali tra loro?

Svolgimento

Indichiamo con p_i la probabilità che esca il numero i -esimo:

$$p_1 = 2p_2 \quad \rightarrow \quad p_2 = \frac{1}{2}p_1$$

$$p_2 = 2p_3 \quad \rightarrow \quad p_3 = \frac{1}{2}p_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}p_1 = \frac{1}{4}p_1$$

$$p_3 = 2p_4 \quad \rightarrow \quad p_4 = \frac{1}{2}p_3 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4}p_1 = \frac{1}{8}p_1$$

La somma di tutte le probabilità è uguale a 1:

$$p_1 + p_2 + p_3 + p_4 = 1$$

Sostituendo le relazioni trovate:

$$p_1 + \frac{1}{2}p_1 + \frac{1}{4}p_1 + \frac{1}{8}p_1 = 1$$

Troviamo la probabilità che esca 1:

$$\frac{8 + 4 + 2 + 1}{8}p_1 = 1 \quad \rightarrow \quad \frac{15}{8}p_1 = 1$$

Troviamo le probabilità di tutti gli eventi:

$$p_1 = \frac{8}{15}$$

$$p_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{8}{15} = \frac{4}{15}$$

$$p_3 = \frac{1}{4} \cdot \frac{8}{15} = \frac{2}{15}$$

$$p_4 = \frac{1}{8} \cdot \frac{8}{15} = \frac{1}{15}$$

La probabilità che escano due numeri uguali tra loro è data da:

$$p = p_1^2 + p_2^2 + p_3^2 + p_4^2$$

$$p = \left(\frac{8}{15}\right)^2 + \left(\frac{4}{15}\right)^2 + \left(\frac{2}{15}\right)^2 + \left(\frac{1}{15}\right)^2 = \frac{64 + 16 + 4 + 1}{225} = \frac{85}{225} = \frac{17}{45}$$

Questo file può essere scaricato gratuitamente. Se pubblicato citare la fonte.

Matilde Consales