

### Quesito 3

Determinare i valori di  $k$  tali che la retta di equazione

$$y = -4x + k$$

Sia tangente alla curva di equazione:

$$y = x^3 - 4x^2 + 5$$

### Svolgimento

Sappiamo che una retta è tangente ad una curva in un punto  $x_0$  se il suo coefficiente angolare è uguale al valore della derivata prima della curva in quel punto. In formule:

$$m = f'(x_0)$$

Scriviamo la derivata prima della curva data:

$$f'(x) = 3x^2 - 8x$$

La condizione di tangenza impone che sia:

$$3x^2 - 8x = -4$$

$$3x^2 - 8x + 4 = 0$$

Troviamo i punti di tangenza risolvendo l'equazione:

$$x_{1-2} = \frac{4 \pm \sqrt{4^2 - 3 \cdot 4}}{3} = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 12}}{3} = \frac{4 \pm \sqrt{4}}{3} = \frac{4 \pm 2}{3}$$

Si trovano due punti (e, quindi, due rette):

$$x_1 = 2 \quad x_2 = \frac{2}{3}$$

Consideriamo il primo punto. La condizione di appartenenza alla retta impone che abbia coordinate:

$$x_1 = 2 \quad y_1 = -4 \cdot 2 + k = -8 + k$$

Determiniamo  $k$  imponendo l'appartenenza alla curva:

$$-8 + k = 2^3 - 4 \cdot 2^2 + 5$$

$$k = 8 - 16 + 5 + 8 = 5$$

La retta di equazione:

$$y = -4x + 5$$

È tangente alla curva data nel punto:

$$P_1 = (2, -3)$$

Consideriamo adesso il secondo punto. Appartenenza alla retta:

$$x_1 = \frac{2}{3} \quad y_1 = -4 \cdot \frac{2}{3} + k = -\frac{8}{3} + k$$

Determiniamo  $k$  imponendo l'appartenenza alla curva:

$$-\frac{8}{3} + k = \left(\frac{2}{3}\right)^3 - 4\left(\frac{2}{3}\right)^2 + 5$$

$$k = \frac{8}{27} - 4\frac{4}{9} + 5 + \frac{8}{3} = \frac{8 - 48 + 135 + 72}{27} = \frac{167}{27}$$

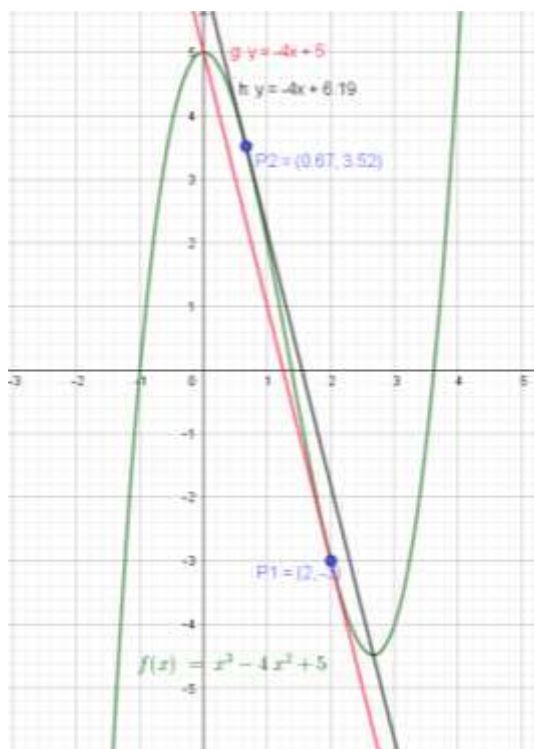
La retta di equazione:

$$y = -4x + \frac{167}{27}$$

È tangente alla curva data nel punto:

$$P_2 = \left(\frac{2}{3}, \frac{95}{27}\right)$$

Facciamo il grafico con geogebra per verificare:



Questo file può essere scaricato gratuitamente. Se pubblicato citare la fonte.

Matilde Consales