Quesito 6

Determinare l'equazione della superficie sferica S, con centro sulla retta *r*:

$$r:\ \begin{cases} x = t \\ y = t \quad t \in \mathbb{R} \\ z = t \end{cases}$$

tangente al piano

$$\pi:\ 3x - y - 2z + 14 = 0$$

Nel punto:

$$T = (-4, 0 ,1)$$

Svolgimento

Scriviamo l'equazione di una generica superficie sferica con centro (x_c, y_c, z_c) e raggio *r*:

$$(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2 + (z - z_c)^2 = r^2$$

Il centro della sfera appartiene alla retta r. Per trovarlo consideriamo il piano passante per il punto T e ortogonale alla retta r. Scriviamo l'equazione generica di un piano:

$$ax + by + cz + d = 0$$

Deve essere perpendicolare a *r* quindi:

$$a = b = c = 1$$

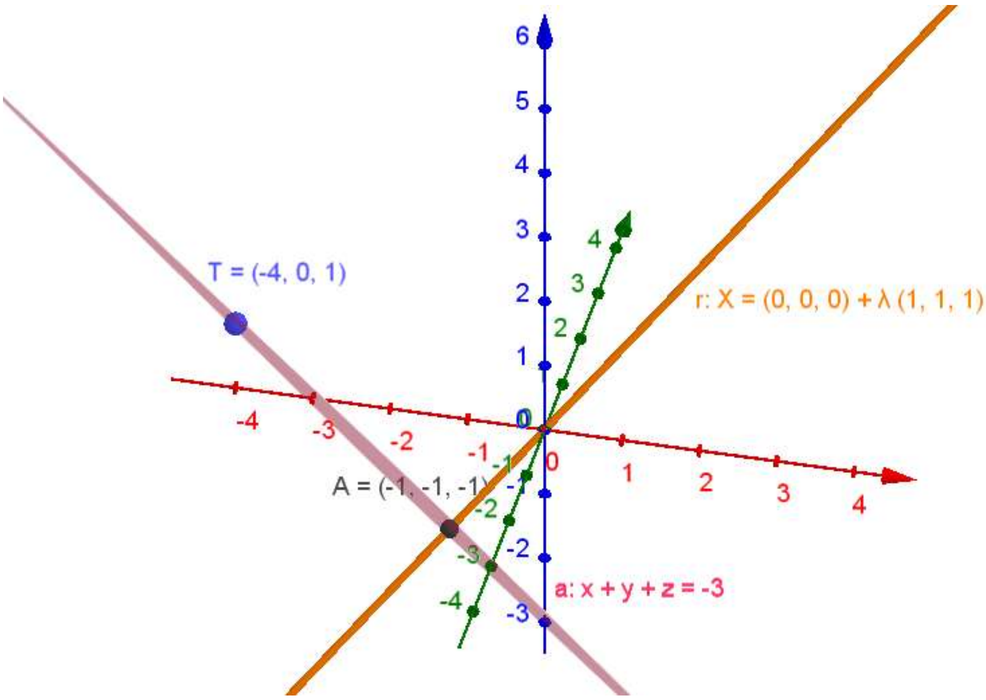
$$x + y + z + d = 0$$

Imponiamo adesso il passaggio per T:

$$-4 + 1 + d = 0 \quad \rightarrow \quad d = 3$$

Equazione del piano cercato:

$$x + y + z + 3 = 0$$



Troviamo l'intersezione di questo piano con la retta *r*:

$$t + t + t + 3 = 0 \quad \rightarrow \quad 3t = -3 \qquad \rightarrow \quad t = -1$$

$$\begin{cases} x = -1 \\ y = -1 \\ z = -1 \end{cases}$$

Vedi figura pagina precedente. Il raggio della sfera è uguale alla distanza tra i punti *A* e *T*:

$$r = \sqrt{(x_A - x_T)^2 + (y_A - y_T)^2 + (z_A - z_T)^2}$$

Sostituendo i valori numerici:

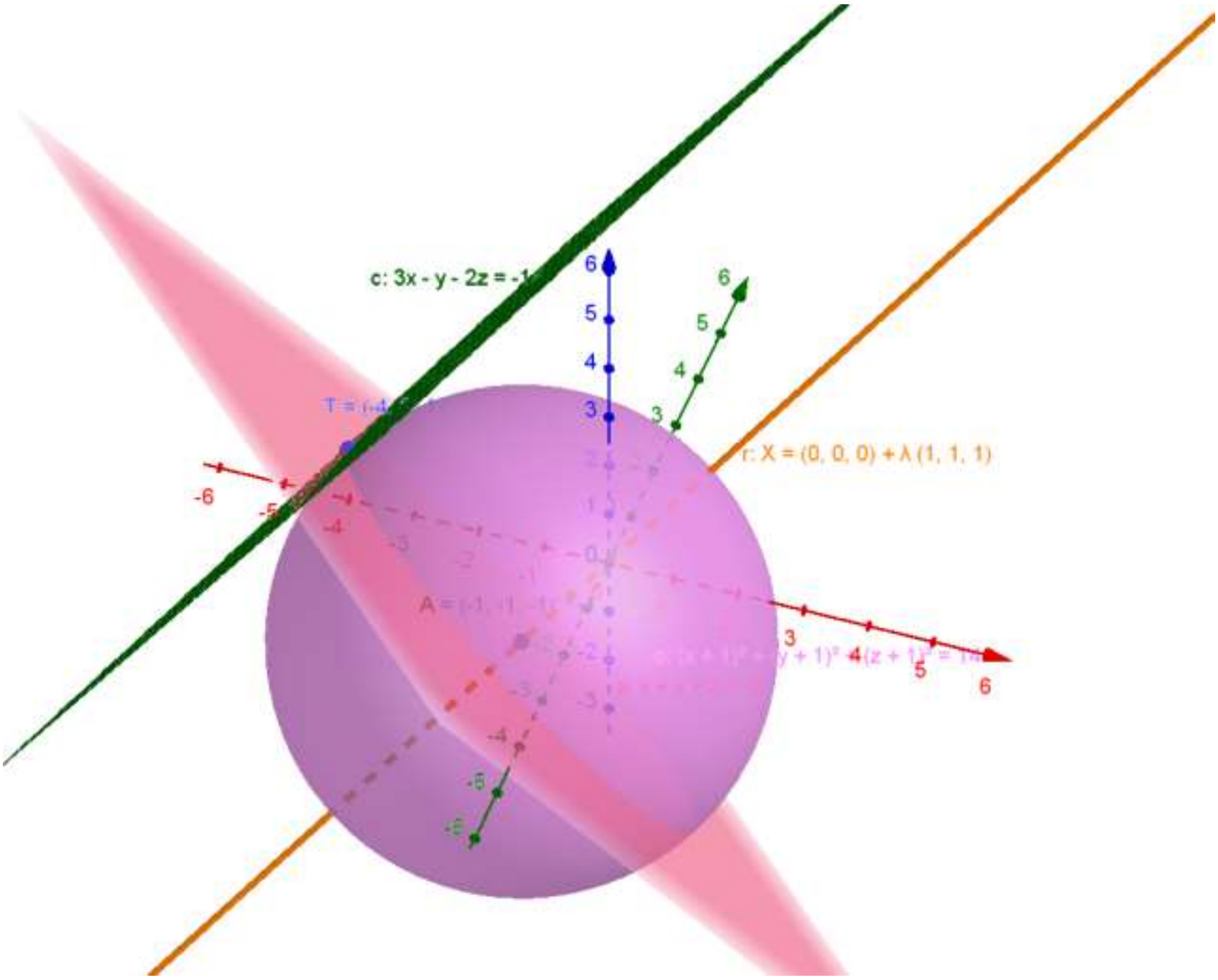
$$r = \sqrt{(-1+4)^2 + (-1-0)^2 + (-1-1)^2} =$$

$$= \sqrt{9+1+4} = \sqrt{14}$$

Equazione della sfera:

$$(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 14$$

Grafico con Geogebra per verifica:



Matilde Consales