

Quesito 5

Si lanciano 4 dadi con facce numerate da 1 a 6.

1. Qual è la probabilità che la somma dei 4 numeri usciti non superi 5?
2. Qual è la probabilità che il prodotto dei 4 numeri usciti sia multiplo di 3?
3. Qual è la probabilità che il massimo numero uscito sia 4?

Svolgimento

Quando lanciamo 4 dadi, ciascuno con 6 facce, contemporaneamente ogni evento è una quaterna, ogni elemento della quaterna è il numero uscito su un dado. Il numero totale di quaterne che si possono presentare, o numero degli eventi possibili, è 6^4 . La probabilità che si verifichi un evento è il rapporto tra il numero di eventi favorevoli e il numero di eventi possibili. Fatta questa premessa vediamo quanti sono gli eventi favorevoli nel caso si viglia che la somma dei numeri usciti non superi 5. In questo caso si contano le quaterne la cui somma degli elementi sia 4 o 5.

- La somma dei numeri usciti è 4 se e solo se tutti i dadi presentano il faccia con il numero 1. Nello spazio degli eventi possibili c'è soli una quaterna con tutti gli elementi uguali a 1;
- La somma dei numeri usciti è 5 se 1 dado presenta la faccia con il numero 2 ed i restanti 3 presentano la faccia con il numero 1. Nello spazio degli eventi possibili ci sono 4 quaterne contenenti 1 numero 2 e tre numero 1 (infatti il numero 2 può trovarsi nella prima, nella seconda, nella terza o nella quarta posizione).

Da queste considerazioni segue che la probabilità richiesta al punto 1 vale:

$$p(\text{somma} \leq 5) = p(\text{somma} = 4) + p(\text{somma} = 5) = \frac{1}{6^4} + \frac{4}{6^4} = \frac{5}{6^4} = \frac{5}{1296} \cong 3.86 \cdot 10^{-3} \cong 0.39\%$$

Il prodotto dei numeri usciti è multiplo di 3 se almeno un dado presenta il numero 3 o il numero 6. Qui le cose si complicano. Ci conviene fare un altro ragionamento. Ci chiediamo qual è la probabilità che lanciando un singolo dado non si ottenga né un 3 o né un 6? Gli altri numeri possibili sono 4 quindi:

$$p(\text{non esce né un 3 né un 6}) = \frac{4^4}{6^4} = \frac{256}{1296} \cong 0.197$$

Tutte le altre quaterne contengono almeno un 3 o un 6 quindi la probabilità cercata vale:

$$p(\text{il prodotto dei 4 numeri è multiplo di 3}) = 1 - 0.197 \cong 0.803 \cong 80.3\%$$

“Il massimo numero uscito è 4” significa che A: “almeno un dado presenta il numero 4” e B: “non sono usciti i numeri 5 e 6”. Questi due eventi, però, non sono indipendenti quindi:

$$p(A \cap B) = p(A|B)P(B)$$

e

$$p(B) = \frac{4^4}{6^4} = \frac{256}{1296} \cong 0.197$$

Possiamo determinare la probabilità che almeno una faccia uscita sia 4, sapendo che non sono usciti 5 e 6 è data da:

$$p(A|B) = 1 - p(\text{sono usciti solo 1, 2 o 3}) = 1 - \frac{3^4}{4^4} = 1 - \frac{81}{256} \cong 1 - 0.316 \cong 0.683$$

Quindi:

$$p(\text{il massimo numero uscito è } 4) = p(A \cap B) = 0.197 \cdot 0.683 \cong 0.134 \cong 13.4\%$$

Questo file può essere scaricato gratuitamente. Se pubblicato citare la fonte.

Matilde Consales