Quesito 7

In laboratorio si sta osservando il moto di una particella che si muove nel verso positivo dell'asse *x* di un sistema di riferimento ad esso solidale. All'istante iniziale, la particella si trova nell'origine e in un intervallo di tempo di *2.0 ns* percorre una distanza di *25cm*. Una navicella passa con velocità v=0.80c lungo la direzione x del laboratorio, nel verso positivo, e da essa si osserva il moto della stessa particella. Determinare le velocità medie della particella nei due sistemi di riferimento. Quale intervallo di tempo e quale distanza misurerebbe un osservatore posto sulla navicella?

Svolgimento

Rispetto al sistema di riferimento solidale con il laboratorio la particella si muove con velocità:

$$v_P = \frac{25 \cdot 10^{-2}}{2.0 \cdot 10^{-9}} m/s = 1.25 \cdot 10^8\, m/s$$

Per determinare la velocità della particella da un sistema di riferimento solidale con la navicella dobbiamo usare le formule delle trasformazioni di Lorenz. A velocità relativistiche, infatti, il tempo non è uguale per tutti gli osservatori: non è una coordinata assoluta.
Troviamo la velocità della navicella:

$$v_N = 0.80c = 0.8 \cdot 2.998 \cdot 10^8\, m/s = 2.3984 \cdot 10^8\, m/s$$

E la velocità della particella misurata da un osservatore sulla navicella:

$$v'_P = \frac{v_P - v_N}{1 - \frac{v_N v_P}{c^2}} = \frac{1.25 \cdot 10^8 - 2.3984 \cdot 10^8}{1 - \frac{2.3984 \cdot 10^8 \cdot 1.25 \cdot 10^8}{(2.998 \cdot 10^8)^2}} m/s = \frac{-1.1484 \cdot 10^8}{1 - \frac{2.9935 \cdot 10^{16}}{8.988 \cdot 10^{16}}} m/s =$$

$$= \frac{-1.1484 \cdot 10^8}{1 - 0.333} m/s \cong -1.721 \cdot 10^8\, m/s$$

Notiamo che per un osservatore all'interno della navicella la particella si muove nel verso negativo dell'asse *x*.
Calcoliamo prima la distanza che misurerebbe l'osservatore sulla navicella avvalendoci sempre delle formule delle trasformazioni di Lorenz:

$$\Delta x_N = \frac{\Delta x_P}{\gamma} \quad (1)$$

Dove γ è il fattore di Lorenz ed è dato da:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_N^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{(0.8)^2 c^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - 0.64}} = \frac{1}{\sqrt{0.36}} = \frac{1}{0.6} = 1.667$$

Sostituendo nella (1):

$$\Delta x_N = \frac{25 \cdot 10^{-2}}{1.667} m = 0.149m$$

Determiniamo anche il tempo misurato dall'osservatore nella navicella:

$$\Delta t_N = \frac{\Delta x_N}{v_N - v'_P} = \frac{0.149}{(2.3984 - 1.721) \cdot 10^8} s \cong 0.22 \cdot 10^{-8} s = 2.2ns$$

Matilde Consales