

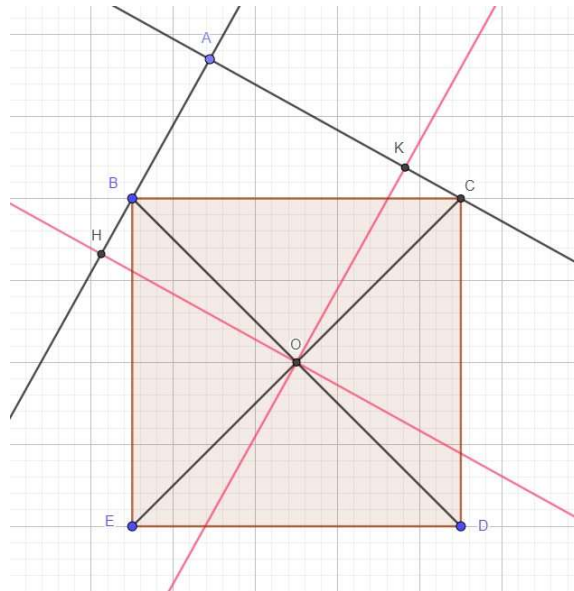
Quesito 1

Sia ABC un triangolo rettangolo in A. Sia O il centro del quadrato BCDE costruito sull'ipotenusa, dalla parte opposta al vertice A.

Dimostrare che O è equidistante dalle rette AB e AC.

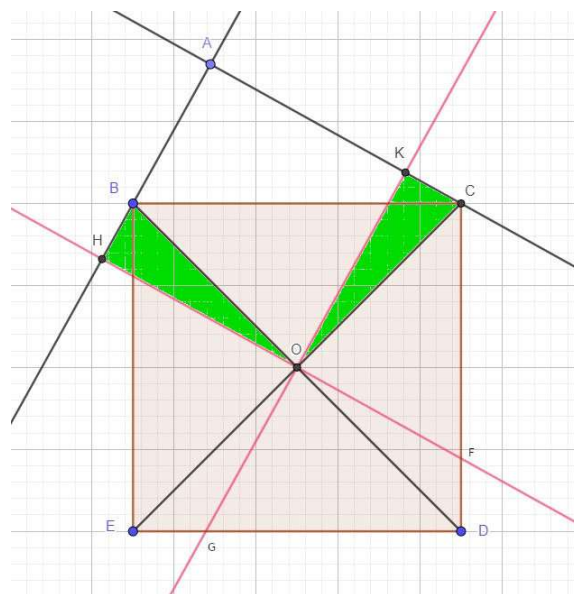
Svolgimento

Facciamo il disegno con Geogebra.



Le rette OH e OK (in rosso in figura) sono perpendicolari, rispettivamente, alle rette AB e AC per costruzione e quindi i segmenti OH e OK rappresentano le distanze del punto O dalle rette AB e AC. Dobbiamo dimostrare che questi due segmenti sono congruenti:

$$\overline{OH} \cong \overline{OK}$$



Consideriamo i triangoli OBH e OCK evidenziati in verde in figura.

1. Sono entrambi rettangoli per costruzione, il primo in H e il secondo in K;

2. I due ipotenusa OB e OC sono congruenti perché le due diagonali di un quadrato si intersecano nel loro punto medio;
3. Le rette AC e HO sono parallele perché entrambe perpendicolari alla retta AB per costruzione. Le rette AH e KO sono parallele perché entrambe perpendicolari alla retta AC . Segue che le rette KO e OH sono perpendicolari. Anche le rette CE e HD sono tra loro perpendicolari perché costituiscono le diagonali di un quadrato (per costruzione). Ma allora i quattro angoli BOH , KOC , FOD e GOE sono tutti congruenti tra loro. In particolare BOH e KOC sono congruenti.

I triangoli OBH e OCK , entrambi rettangoli, hanno gli ipotenusa ed un angolo acuto congruenti e sono congruenti per il terzo criterio di congruenza dei triangoli rettangoli.

In particolare i segmenti OH e OK sono congruenti e, quindi, il punto O è equidistante dalle rette AB e AC .

Matilde Consales

