

La probabilità

La probabilità classica:

La **probabilità classica** di un evento è il rapporto tra il numero dei casi favorevoli e il numero dei casi possibili (purché questi ultimi siano ugualmente possibili).

Che cosa significa?

Un **caso possibile** è una qualsiasi cosa che possa verificarsi: testa o croce nel lancio di una moneta, numero da 1 a 6 nel lancio di un dado, ecc..

Un **caso favorevole** è l'evento che vorremmo si verificasse: testa nel lancio di una moneta, numero 5 nel lancio di un dado, ecc..

I casi devono essere **ugualmente possibili**: la possibilità che esca testa in un lancio di una moneta deve essere uguale a quella che esca croce (questo si verifica se la moneta non è truccata). Allo stesso modo se il dado non è truccato la possibilità che esca un numero da 1 a 6 in un lancio è la stessa.

Cominciamo con il caso più semplice: il lancio di una moneta (non truccata) e calcoliamo la probabilità che esca Testa.

- I casi possibili sono ugualmente possibili? Sì.
- Quanti sono i casi possibili? 2: Testa o Croce.
- I casi possibili sono in numero finito? Sì.
- Quanti sono i casi favorevoli? 1: Testa

Possiamo scrivere:

$$p(\text{Testa}) = \frac{\text{Numero casi favorevoli}}{\text{Numero casi possibili}} = \frac{1}{2}$$

Consideriamo adesso il caso del dado (non truccato): il nostro evento favorevole è l'uscita del numero 5:

- I casi possibili sono ugualmente possibili? Sì.
- Quanti sono i casi possibili? 6: 1, 2, 3, 4, 5, 6.
- I casi possibili sono in numero finito? Sì.
- Quanti sono i casi favorevoli? 1: 5

$$p(5) = \frac{\text{Numero casi favorevoli}}{\text{Numero casi possibili}} = \frac{1}{6}$$

Da queste semplici considerazioni possiamo dedurre che la probabilità di un evento è sempre compresa tra 0 e 1.

Diremo che un evento ha probabilità 0 se non potrà mai verificarsi: estrazione di una pallina gialla da un'urna contenente 20 palline rosse.

Diremo che un evento ha probabilità 1 (certezza) se si verificherà sempre: estrazione di una pallina gialla da un'urna contenente 20 palline gialle.

La probabilità frequentista:

In questo caso per conoscere la probabilità di un evento si deve ricorrere ad un esperimento.

Si definisce **frequenza relativa** di un evento in n prove effettuate nelle stesse condizioni, il rapporto fra il numero k delle prove nelle quali l'evento si è verificato e il numero n delle prove effettuate.

$$f = \frac{k}{n}$$

La **probabilità di un evento** è il limite della frequenza relativa dell'evento, quando il numero delle prove tende all'infinito.

$$p = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{k}{n}$$

Questa volta i casi non sono ugualmente possibili quindi non possiamo calcolare la probabilità usando la definizione classica.

Facciamo alcune osservazioni:

- Questa legge è puramente empirica: non è dimostrabile. Si basa sul fatto che al crescere del numero delle prove fatte tutte nelle stesse condizioni, la frequenza relativa pur variando, tende a stabilizzarsi attorno ad un valore che viene assunto come probabilità dell'evento.
- Il caso non ha memoria: se lanciando una moneta viene "croce" molte volte di seguito, nel lancio successivo non è più probabile che esca "testa".
- La probabilità è la frequenza relativa con cui un certo evento tende a presentarsi su un numero grande di prove.

Facciamo un esempio:

Negli ultimi 30 anni in una città ci sono stati 138 giorni di nebbia. Calcoliamo la probabilità che ci sia un giorno di nebbia in un anno.

$$p(\text{nebbia}) = \frac{\text{numero giorni di nebbia}}{\text{numero giorni in 30 anni}} = \frac{138}{30 \cdot 365} = 0.012 = 1.2\%$$

Differenze:

La probabilità **classica** è stabilita **prima** di guardare i dati.

La probabilità **frequentista** è ricavata **dopo**: dall'esame dei dati.

Questo file può essere scaricato gratuitamente. Se pubblicato citare la fonte.

Matilde Consales