

Esercizio 3

Dopo aver spiegato cosa si intende per evento condizionato e probabilità condizionata risolvere:

In un tratto di strada ad alta percorrenza è noto che la probabilità di superare il limite di velocità è pari a 0.8; l'amministrazione decide di installare un dispositivo di controllo della velocità.

Il dispositivo ha segnalato un eccesso di velocità con probabilità pari a 0.95 nel caso di superamento del limite; ha erroneamente segnalato un eccesso anche in caso di non superamento del limite con probabilità 0,01.

Determinare:

1. La probabilità che il dispositivo rilevi un eccesso di velocità;
2. La probabilità di errata segnalazione da parte del dispositivo;
3. La probabilità che un individuo abbia rispettato i limiti se viene multato per eccesso di velocità.

Svolgimento

Un evento A è condizionato da un evento B se il fatto che si sia verificato B influenza il verificarsi di A.

La probabilità condizionata esprime la probabilità che si verifichi l'evento A nell'ipotesi in cui si sia verificato l'evento B. Si indica con $p(A|B)$.

Poniamo

E_1 ="Il dispositivo ha rilevato un eccesso di velocità"

E_2 ="Il limite di velocità è stato superato"

E_3 ="Il dispositivo non ha rilevato un eccesso di velocità"

E_4 ="Il limite di velocità non è stato superato"

1. Il dispositivo rileva un eccesso di velocità in due casi:
 - a. Se il limite di velocità è stato effettivamente superato;
 - b. Se il limite di velocità non è stato superato.

Dai dati del problema si deduce che:

$$p(E_1|E_2) = 0.95$$

$$p(E_1|E_4) = 0.01$$

Questi due eventi sono indipendenti quindi la probabilità che il dispositivo rilevi un eccesso di velocità vale:

$$p(E_1|E_2) + p(E_1|E_4) = 0.95 + 0.01 = 0.96$$

2. Il dispositivo fornisce una segnalazione errata se:

- viene rilevato l'eccesso di velocità e il limite non è stato superato;
- non viene rilevato l'eccesso di velocità e il limite è stato superato.

Questi due eventi sono indipendenti quindi:

$$p(\text{segnalazione errata}) = p(E_1|E_4) + p(E_3|E_2)$$

Dove:

$$p(E_3|E_2) = 1 - 0.96 = 0.04$$

$$p(\text{segnalazione errata}) = 0.01 + 0.04 = 0.05$$

3. La probabilità che un automobilista venga multato ingiustamente vale:

$$p(E_1|E_4) = 0.01$$

Questo file può essere scaricato gratuitamente. Se pubblicato citare la fonte.

Matilde Consales