

Esercizio 1

Verificare la seguente relazione:

$$\sum_{k=0}^{+\infty} q^k = \frac{1}{1-q}$$

Si tratta della serie geometrica di ragione q .

Per verificare la relazione facciamo la divisione:

The image shows a handwritten long division of 1 by 1-q. On the left, the division is performed step-by-step: 1 divided by 1-q gives a quotient of 1 and a remainder of q. Then q is divided by 1-q to get q and a remainder of q^2. This process continues, yielding the series 1 + q + q^2 + q^3 + ... On the right, the same result is shown as a single long division: 1-q is written above the division line, and 1+q+q^2+q^3+... is written below it, with a horizontal line separating the divisor from the dividend.

Dalla figura vediamo che il risultato di questa divisione infinita corrisponde esattamente alla serie.

Ma allora la somma della serie è:

$$\frac{1}{1-q}$$

Questa serie converge se $q < 1$, infatti se consideriamo il termine generico troviamo:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = \begin{cases} 0 & \text{se } 0 \leq q < 1 \\ +\infty & \text{se } q \geq 1 \end{cases}$$

Questo file può essere scaricato gratuitamente. Se pubblicato citare la fonte.

Matilde Consales