Esercizio 1

Un lotto di 100 microprocessori contiene 5 pezzi difettosi. Un acquirente accetta di comperare il lotto solo se, ispezionando 20 microprocessori del lotto, ne trova al massimo uno difettoso.
Qual è la probabilità che l'acquirente comperi il lotto?
Qual è il numero atteso di microprocessori difettosi che ci si attende di trovare e con quale variabilità?

Analizziamo il problema:

- ad ogni ispezione si hanno due esiti possibili: pezzo difettoso, pezzo non difettoso;
- la probabilità che si verifichi un successo (o un insuccesso) è costante;
- i risultati delle prove non sono indipendenti;
- si hanno a disposizione oggetti di due tipi diversi: pezzi difettosi e pezzi non difettosi.

Dobbiamo usare la variabile aleatoria ipergeometrica:

$$p(X = k) = \frac{\binom{H}{k}\binom{N-H}{n-k}}{\binom{N}{n}}$$

Dove:

- H è il numero di elementi "di interesse": il numero di microprocessori difettosi H=5;
- k è il numero di successi in n prove: ho: trovato un pezzo difettoso;
- N è il numero totale di elementi: il numero totale di pezzi del lotto N=100;
- n è il numero totale di ispezioni che effettuiamo: n=20.

Il lotto sarà acquistato se, ispezionando 20 microprocessori se ne troverà al massimo uno difettoso quindi dobbiamo calcolare la probabilità:

$$p(X \leq 1) = p(X = 0) + p(X = 1)$$

$$p(X = 0) = \frac{\binom{5}{0}\binom{95}{20}}{\binom{100}{20}} = \frac{\frac{5!}{5!\,0!}\frac{95!}{75!\,20!}}{\frac{100!}{80!\,20!}} = 0.3193$$

$$p(X = 1) = \frac{\binom{5}{1}\binom{95}{19}}{\binom{100}{20}} = \frac{\frac{5!}{5!\,1!}\frac{95!}{76!\,19!}}{\frac{100!}{80!\,20!}} = 0.4201$$

Probabilità che il cliente acquisti il lotto:

$$p(X \leq 1) = 0.3193 + 0.4201 = 0.7394$$

La probabilità che un pezzo sia difettoso vale:

$$p = \frac{5}{100} = 0.05$$

Il numero di pezzi difettosi che ci si attende di trovare è dato da:

$$E(X) = np = 20 \cdot 0.05 = 1$$

Con varianza:

$$Var(X) = np(1-p)\frac{N-n}{N-1} = 20 \cdot 0.05 \cdot 0.95\frac{100-20}{100-1} = 0.7676$$

E deviazione standard:

$$\sigma = \sqrt{Var(X)} = \sqrt{0.7676} = 0.8761$$

Questo file può essere scaricato gratuitamente. Se pubblicato citare la fonte.

Matilde Consales