Esercizio 2

Di tre distribuzioni ipergeometriche si conoscono i parametri N, H, n sotto riportati:

	N	**H**	**n**
A	10	3	5
B	20	5	4
C	12	8	5

Dopo aver spiegato il significato dei parametri, per ogni distribuzione ipergeometrica specificare l'insieme dei valori da essa assunti.
Calcolare il valore medio e p(X=2).

- N è il numero totale di elementi dell'insieme;
- H è il numero di elementi "di interesse": il numero di elementi dell'insieme con una particolare caratteristica;
- n è il numero totale di prove effettuate.

$$p(X=k)=\frac{\binom{H}{k}\binom{N-H}{n-k}}{\binom{N}{n}}$$

Nella relazione k rappresenta il numero di successi ottenuti in n prove.

Consideriamo il caso A.
La distribuzione assume valori:

- X=0 (nessun successo in 5 prove);
- X=1 (un successo in 5 prove);
- X=2 (due successi in 5 prove);
- X=3 (tre successi in 5 prove).

3 è il numero massimo di successi che posso ottenere dato che nell'insieme ho 3 elementi "di interesse".

Media:

$$E(X)=np$$

Dove:

$$p=\frac{H}{N}=\frac{3}{10}=0.3$$

$$E(X)=np=5\cdot 0.3=1.5$$

Probabilità di 2 successi in 5 prove:

$$p(X=2)=\frac{\binom{3}{2}\binom{7}{3}}{\binom{10}{5}}=\frac{\frac{3!}{2!\,1!}\frac{7!}{3!\,4!}}{\frac{10!}{5!\,5!}}=0.417$$

Consideriamo il caso B.
La distribuzione assume valori:

- X=0 (nessun successo in 4 prove);
- X=1 (un successo in 4 prove);
- X=2 (due successi in 4prove);
- X=3 (tre successi in 4 prove);
- X=4 (quattro successi in 4 prove)

4 è il numero massimo di successi che posso ottenere pari al numero di prove.

Media:

$$E(X) = np$$

Dove:

$$p = \frac{H}{N} = \frac{8}{12} = 0.67$$

$$E(X) = np = 5 \cdot 0.67 = 3.33$$

Probabilità di 2 successi in 4 prove:

$$p(X = 2) = \frac{\binom{5}{2}\binom{15}{2}}{\binom{20}{4}} = \frac{\frac{5!}{2!\,3!}\frac{15!}{2!\,13!}}{\frac{20!}{4!\,16!}} = 0.217$$

Consideriamo il caso C.
La distribuzione assume valori:

- X=0 (nessun successo in 5 prove);
- X=1 (un successo in 5 prove);
- X=2 (due successi in 5 prove);
- X=3 (tre successi in 5 prove);
- X=4 (quattro successi in 5 prove);
- X=5 (cinque successi in 5 prove).

5 è il numero massimo di successi che posso ottenere pari al numero di prove.

Media:

$$E(X) = np$$

Dove:

$$p = \frac{H}{N} = \frac{3}{10} = 0.3$$

$$E(X) = np = 5 \cdot 0.3 = 1.5$$

Probabilità di 2 successi in 5 prove:

$$p(X = 2) = \frac{\binom{8}{2}\binom{4}{3}}{\binom{12}{5}} = \frac{\frac{8!}{2!\,6!}\frac{4!}{3!\,1!}}{\frac{12!}{5!\,7!}} = 0.141$$

Questo file può essere scaricato gratuitamente. Se pubblicato citare la fonte.

Matilde Consales