Esercizio 5

Un lotto di grandi dimensioni viene consegnato ad un fornitore, il quale, per decidere se accettare o rifiutare il lotto, estrae casualmente 10 pezzi dal lotto e lo accetta se al massimo 1 pezzo risulta difettoso.
Si definisca la variabile casuale X=numero di pezzi difettosi nel campione.
Assumendo che nel lotto siano presenti un 5% di pezzi difettosi calcolare:

1. La funzione di probabilità della variabile casuale X;
2. La probabilità che il lotto sia accettato;
3. Il numero medio atteso di pezzi difettosi;
4. La deviazione standard della variabile casuale X.

Svolgimento:

1. Si usa una variabile casuale ipergeometrica. La funzione di probabilità è la seguente:

$$p(X=k)=\frac{\binom{H}{k}\binom{N-H}{n-k}}{\binom{N}{n}}$$

Dove:

- H è il numero di pezzi difettosi contenuti nel campione;
- k è il numero di pezzi difettosi trovati con le estrazioni;
- N è il numero totale di elementi del lotto;
- n è il numero di pezzi che si estraggono per analizzare il lotto.

2. Il lotto verrà accettato se, estraendo 10 pezzi, se ne troverà al massimo uno difettoso. Quindi la probabilità che il lotto venga accettato è data da:

$$p(X\leq 1)=p(X=0)+p(X=1)$$

$$p(X=0)=\frac{\binom{0.05N}{0}\binom{0.95N}{10}}{\binom{N}{10}}$$

$$p(X=1)=\frac{\binom{0.05N}{1}\binom{0.95N}{9}}{\binom{N}{10}}$$

non è specificato il numero di pezzi del lotto. Possiamo assumere che sia N=100:

$$p(X=0)=\frac{\binom{5}{0}\binom{95}{10}}{\binom{100}{10}}=\frac{\frac{5!}{5!\,0!}\frac{95!}{85!\,10!}}{\frac{100!}{90!\,10!}}=0.5837$$

$$p(X=1)=\frac{\binom{5}{1}\binom{95}{9}}{\binom{100}{10}}=\frac{\frac{5!}{5!\,1!}\frac{95!}{86!\,9!}}{\frac{100!}{90!\,10!}}=0.0678$$

il lotto sarà accettato con probabilità:

$$p(X\leq 1)=0.5837+0.0678=0.6515\sim 65\%$$

3. Numero medio atteso di pezzi difettosi:

$$E(X) = np$$

Dove:

$$p = \frac{H}{N} = \frac{0.05N}{N} = 0.05$$

$$E(X) = np = 10 \cdot 0.05 = 0.5$$

4. Varianza:

$$VAR(X) = np(1-p)\frac{N-n}{N-1} = 0.5 \cdot 0.95\frac{N-10}{N-1} = 0.475\frac{N-10}{N-1}$$

Supponendo N=100:

$$VAR(X) = 0.475\frac{90}{99} = 0.432$$

E deviazione standard:

$$\sigma = \sqrt{VAR(X)} = \sqrt{0.432} = 0.657$$

Questo file può essere scaricato gratuitamente. Se pubblicato citare la fonte.

Matilde Consales