Esercizio 7

Di una variabile casuale X si conosce la funzione di ripartizione:

$$F(X) = \begin{cases} 0 & se\ X < 2 \\ 0.3 & se\ 2 \leq X < 4 \\ 0.5 & se\ 4 \leq X < 5 \\ 0.65 & se\ 5 \leq X < 8 \\ 0.87 & se\ \ 8 \leq X < 10 \\ 1 & se\ \ X \geq 10 \end{cases}$$

Trovare $p(X > 3)$, $p(0 < X \leq 7)$ e il coefficiente di variazione.

Svolgimento:

Dobbiamo trovare i valori della funzione di ripartizione per incrementi di X di un'unità:
Consideriamo il secondo intervallo. La sua "estensione" è $4 - 2 = 2$ mentre l'estensione della funzione di ripartizione è $0.5 - 0.3 = 0.2$
Ma allora per ogni incremento di un'unità del valore di *X*, *F(X)* si incrementa di:

$$\frac{0.2}{2} = 0.1$$

Quindi:

$$F(X) = 0.3\ se\ 2 \leq X < 3 \quad e \quad F(X) = 0.4\ se\ 3 \leq X < 4$$

Procediamo con lo stesso ragionamento per il quarto intervallo:

$$incrementdi\ F(X) = \frac{0.87 - 0.65}{8 - 5} = \frac{0.22}{3} \cong 0.07$$

Possiamo porre:

$$F(X) = 0.65\ se\ 5 \leq X < 6, \quad F(X) = 0.72\ se\ 6 \leq X < 7 \quad e \quad (X) = 0.79\ se\ 7 \leq X < 8$$

Per il quinto intervallo si trova:

$$incrementdi\ F(X) = \frac{1 - 0.87}{10 - 8} = \frac{0.13}{2} \cong 0.06$$

Quindi:

$$F(X) = 0.87\ se\ 8 \leq X < 9 \quad e \quad F(X) = 0.93\ se\ 9 \leq X < 10$$

Riscriviamo la funzione di ripartizione:

$$F(X) = \begin{cases} 0 & se\ X < 2 \\ 0.3 & se\ 2 \leq X < 3 \\ 0.4 & se\ 3 \leq X < 4 \\ 0.5 & se\ 4 \leq X < 5 \\ 0.65 & se\ 5 \leq X < 6 \\ 0.72 & se\ 6 \leq X < 7 \\ 0.79 & se\ 7 \leq X < 8 \\ 0.87 & se\ \ 8 \leq X < 9 \\ 0.93 & se\ 9 \leq X < 10 \\ 1 & se\ \ X \geq 10 \end{cases}$$

Scriviamo la tabella:

X	**p(X)**
2	0.3
3	0.4-0.3=0.1
4	0.5-0.4=0.1
5	0.65-0.5=0.15
6	0.72-0.65=0.07
7	0.79-0.72=0.07
8	0.87-0.79=0.08
9	0.93-0.87=0.06
10	1-0.93=0.07

Si trova:

$$p(X > 3) = 1 - F(3) = 1 - 0.4 = 0.6$$

$$p(0 < X \leq 7) = F(7) = 0.79$$

Il coefficiente di variazione è il rapporto tra deviazione standard (o scarto quadratico medio) e media.
Calcoliamo la media:

$$\mu = \sum_{i=2}^{10} X_i p(X_i) = 4.84$$

E la deviazione standard:

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=2}^{10} (X_i - \mu)^2 p(X_i)} = 2.64$$

Coefficiente di variazione:

$$\sigma^* = \frac{\sigma}{\mu} = 0.54$$

Questo file può essere scaricato gratuitamente. Se pubblicato citare la fonte.

Matilde Consales